

Op Waku-waku kun je rekenen

Eigen producties van leerlingen

Eigen producties kunnen structuren in de getallenrij aan het licht brengen. In dit artikel wordt beschreven hoe een pratende vogel leerlingen uitdaagt in het bedenken van veel sommen. Leerlingen ontdekken aan de hand van deze producties verschillende relaties tussen getallen. Dit heeft als uiteindelijk doel dat ze zich flexibel kunnen bewegen over de lege getallenlijn.

Introductie

Even voorstellen. 'Dit is Waku-waku en hij kan alleen maar 10 zeggen!'. De leerkracht staat voor de groep met een bontgekleurde papegaai aan haar hand. Zijn grote gele snavel kan open en dicht. Zie afbeelding 1.

'Om hem nu slim te laten lijken, bedenken we een sommetje waar 10 uitkomt.'

'Denise?' '5+5'.

Waku-waku antwoordt: '10'.

'Sam?' '9+1'.

'Any?' ... ze denkt nog even na. 'Ik kom zo bij je terug.'

'Ole?' '1+9' 'Dat doe je handig. Je draait het sommetje om.' Ze controleert dit even op het rekenrek.

'Isa?' '2+8'.

'Any?' '8+2'. 'Heel goed en ook handig aangepakt.'

Nadat '7+3' en '6+4' en hun omkeringen zijn genoemd, vraagt de leerkracht of ze alle sommen nu hebben gehad. 'Nee', zegt Murrad, '10+0 en 0+10 nog.' Giorgio gaat staan en zegt: '11-1'. Nu komen meer leerlingen met erafsommen: 20-10, 12-2. En Waku-waku geeft steeds 10 als antwoord. Bij een fout als '18-10'

schudt hij nee. Hij kan namelijk heel goed rekenen. Zo'n foute som wordt snel ontmaskerd met behulp van het rekenrek². 'Er zitten 20 kralen op het rekenrek; 10 op de bovenste en 10 op de onderste staaf. Als je 18 kralen opschuift, laat je er 2 staan. Doe maar.' 'Nu moet je van deze 18 kralen er 10 overhouden zodat Waku-waku 10 kan antwoorden. Welke kralen schuif je terug?' 'Doe maar.' 'Hoeveel kralen schoof je terug?' 'Welk sommetje moet het zijn?' Zodra leerlingen zich realiseren dat erafsommen ook kunnen, zijn de mogelijkheden onbeperkt. Denk je bij het getal 10 alleen aan erbijsommen, dan heb je alle combinaties snel gehad. Als Stephan '11-1' oppert, knikt Waku-waku alleen maar. 'Weet je waarom hij niets zegt? Het sommetje is al geweest.' Ook goede rekenaars worden uitgedaagd. Tristan komt met '100-90'. Liv komt met 200-290. Zo'n moeilijke foute som wordt even snel verbeterd door de leerkracht. 'Oh, je bedoelt 200-190? Ja, dat is ook 10, hè Waku-waku?' Ter verduidelijking schrijft de leerkracht de som op het bord, zet een relatieboogje van 190 naar 10 terwijl ze zegt 'want 190 erbij 10 is 200'. Zie afbeelding 2.



Waku-waku als inspirator voor het maken van eigen producties.

$$200 - 190 = 10$$

Langer hierbij stilstaan verstoort de bedoeling van de les. Bovendien hebben betere rekenaars aan een dergelijke uitleg vaak al voldoende.



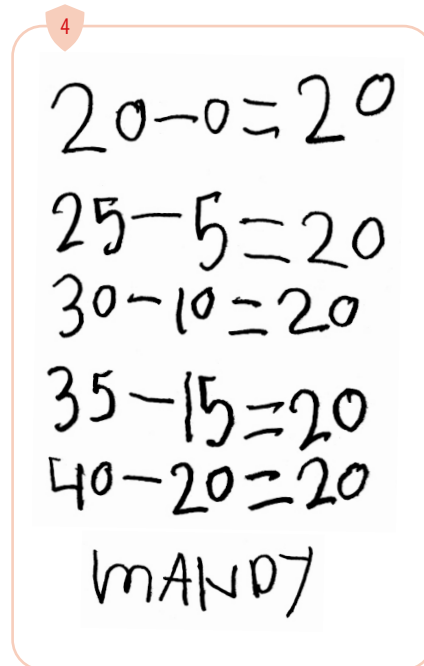
Na deze mondeling inleiding noteren de leerlingen zoveel mogelijk sommen voor Waku-waku. Al deze producties worden in een doosje met een 10 gestopt. Dit doosje hangt boven zijn bed zodat hij ze allemaal uit zijn hoofd kan leren. En dat doet hij.

Op het eind van de week kiest hij een paar mooie, grappige, moeilijke of makkelijke uit. De leerkracht leest de sommen voor en als-ie kan, steken de leerlingen tien vingers in de lucht. 'Bij een fout blijf je stokstijf zitten. Niet om je heen kijken. Zelf denken.' Natuurlijk moet er af en toe een 'niet-10' tussen zitten, zoals '18-10'.

Waku-waku leert snel. De volgende weken kan hij achtereenvolgens 5, 20 en 15 zeggen. Net zoals met '10' bedenken leerlingen sommen voor Waku-waku en vullen ze de doosjes boven zijn bed. Zie afbeelding 3.

De keuze voor deze getallen is niet willekeurig. Ze liggen in het verlengde

van de structuren op het rekenrek. Uit de opbrengst blijkt de voorkeur voor het gebruik van deze structuren. Zie afbeelding 4.



Uit de eigen producties blijkt een voorkeur voor het gebruik van structuren die in het verlengde liggen van het rekenrek.

Waku-waku en het getal 1

De reden waarom hij '1' leert is een hele andere. Dit lijkt een flauw getal. 'Nee, hè', zuchten de leerlingen. 'Niets aan.' 'Makkie.' Waku-waku kijkt zelf ook heel verdrietig nu de groep zo reageert. Toch blijkt juist dit getal heel inspirerend te werken. Ze worden zich namelijk pas gaandeweg bewust dat ze steeds opeenvolgende getallen moeten zoeken. In de producties komen mogelijkheden voor differentiatie tot uiting. Zie afbeelding 5.

Wanneer de leerkracht minder goede rekenaars probeert te stimuleren ook met grote getallen '1-sommen' te maken, geeft ze als voorbeeld $71-70=1$. Leerlingen verzinnen nu inderdaad zogenaamde grote erafsommen. Zie afbeelding 6.

Opmerkelijk is het, dat deze leerlingen zich beperken tot sommen analoog aan het voorbeeld. Grote eraf-sommen als $73-72$ of $95-94$ ontbreken. Interessant is na te gaan wat er gebeurt als $73-72$ als voorbeeldsom wordt gegeven.

De door leerlingen zelfbedachte '1-sommen' bieden een ingang om het relatieboogje te introduceren. Dit boogje fungeert eerst als controle achteraf of je het wel goed hebt gedaan: '81-80=1, want $80+1=81$.' En terwijl je dit zegt, teken je in $81-80=1$ een boogje van 80 naar 1. Hiermee ontdekken leerlingen dat optellen en aftrekken elkaars omgekeerde zijn. Dit komt later goed van pas bij opgaven als $81-77$ en $81-39$. Aanvullend optellen is immers makkelijker dan erafhalen!

Na de week van '1' komt een hele zwakke leerling naar de leerkracht en zegt: 'Juf, ik ken ze allemaal.' En gaat van start met: '2-1=1, 3-2=1, 4-3=1, 5-4=1,



Waku-waku en de getallen die hij in de loop van de tijd leert zeggen.

5

Van waso enol

voor wakoe-wakoe

Wakoe

$$10 - 9 = 1$$

$$7 - 5 = 1$$

$$4 - 3 = 1$$

$$5 - 4 = 1$$

$$2 - 1 = 1$$

$$6 - 6 = 1$$

$$0 - 1 = 1$$

$$20 - 19 = 1$$

$$5 - 4 = 1$$

$$0 + 0 - 5 = 1$$

$$0 + 7 - 6 = 1$$

$$100 - 99 = 1$$

$$200 - 199 = 1$$

$$300 - 299 = 1$$

$$400 - 399 = 1$$

$$500 - 499 = 1$$

$$600 - 599 = 1$$

$$700 - 699 = 1$$

$$800 - 799 = 1$$

$$900 = 899 = 1$$

$$100 = 999 = 1$$

In de eigen producties komen mogelijkheden voor differentiatie tot uiting.

De kalender wordt erbij gehaald en ze concluderen dat dit al geweest is. 'Maar hoe oud is hij dan geworden?' vraagt een ander. 'Ja', zegt de leerkracht, 'laten we het daar eens over hebben. Hoe oud kan een papegaai eigenlijk worden?' De leerlingen weten dit niet. Ze raden 5, 10, 22 en 50. De leerkracht zegt dat ze nog hartstikke koud zijn, maar wel steeds warmer worden. Uiteindelijk komen ze uit op 'wel honderd'. De leerkracht tekent een lege getallenlijn op het bord. Ergens aan het begin zet ze een horizontaal streepje met daaronder het getal 0 en ergens aan het eind een horizontaal streepje met daaronder het getal 100. 'Hiertussen ligt de leeftijd van Waku-waku.' Vervolgens licht ze een tipje van de sluier en opent van de leeftijdsluikjes het rechterluikje'. Een '1' wordt zichtbaar. 'Hier zien jullie het rechter cijfer van zijn leeftijd. Onder het andere luikje staat zijn linker cijfer. Samen vormt dit een getal, de leeftijd van Waku-waku. Hoe oud zou hij kunnen zijn?' Zie afbeelding 7.

Mogelijke leeftijden worden geraden en op de lege getallenlijn geplaatst. Het getal 50 wordt daarbij als referentiepunt gebruikt. De grootte van sprongen tussen getallen als 21 en 31 wordt op een kralenketting met 10-structuur uitgezocht'. Nu weten ze dat als Waku-waku 21 jaar is, hij over 10 jaar 31 en over 20 jaar 41 jaar oud zal zijn. Vervolgens wijst de leerkracht op zijn bolhoed. Daaraan kun je zien dat Waku-waku al opa is. 'Welke leeftijden kunnen we wegstrepen?' Alles onder 50 valt af, besluiten ze. Voor de uiteindelijke ontknopning loopt de leerkracht over de denkbeeldige getallenlijn met acht sprongen van 10 en een hup van 1 naar zijn leeftijd. Nu weet iedereen zijn leeftijd. Er klinkt een luid gejuich als het linker luikje openklopt. Het klopt.

$6 - 5 = 1$, ..., (et cetera). Leerlingen krijgen met dergelijke productieve opdrachten de gelegenheid de interne structuur van de getallenrij te ontdekken. Tevens kom je als leerkracht tot de ontdekking dat verscheidene leerlingen zelfs al getallencombinaties in honderd- en duizendtallen correct hanteren.

Grote getallen

Dan komt waku-waku in een dipje. Hij wil zo graag grote getallen zeggen. Maar dat kan hij nog niet. 'We kunnen hem helpen. Als hij 5 zegt, plakken we er gewoon iets aan vast. Waku-waku begin maar.

'5-...'

En de leerkracht zegt: '...en-twintig'.

Wie weet er nog een? Probeer maar eens, ..., Effie.'

'5-...'

'...en-vijftig'

De leerkracht laat iemand de getallen op het bord noteren. Met vragen als 'Welke kunnen er nog meer?' en 'noem ze allemaal eens op van klein naar groot', verkennen leerlingen een andere systematiek van de telrij.

Populair

Zo langzamerhand maakt deze vogel echt deel uit van het leven in de groep. Dit blijkt uit teksten en tekeningen bij sommen. Zie ook afbeelding 5. Op een dag vraagt Viktor: 'Wanneer is hij eigenlijk jarig?' De leerkracht antwoordt: 'Op dierendag.' 'Wanneer is dat dan?' wil hij weten.

6

$$71 - 70 = 1$$

$$81 - 80 = 1$$

$$91 - 90 = 1$$

$$101 - 100 = 1$$

$$61 - 60 = 1$$

$$51 - 50 = 1$$

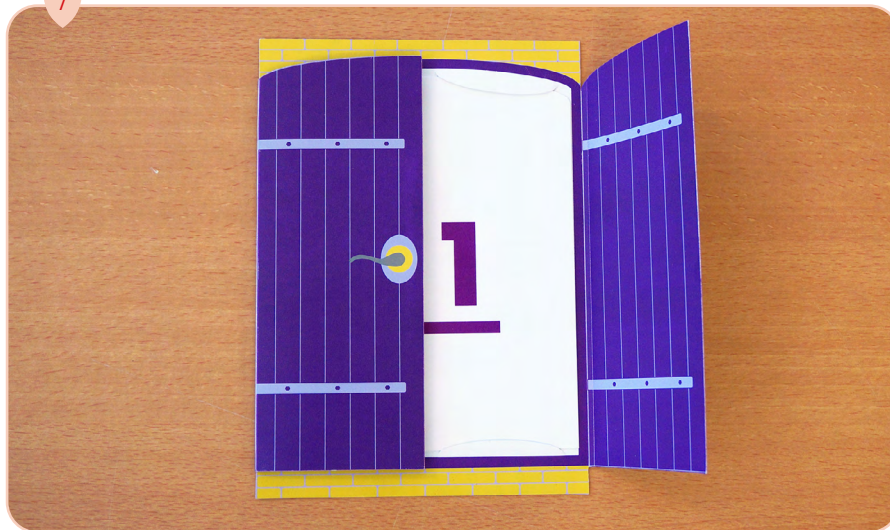
$$31 - 30 = 1$$

Koska

Nadat de leerkracht als voorbeeld ' $71 - 70 = 1$ ' heeft gegeven, maken ook de minder goede rekenaars met grote getallen '1-sommen'.



7



Hoe oud zou Waku-waku kunnen zijn?

Vervolgacties

Waku-waku is het hele jaar inzetbaar. Hij laat leerlingen op hun eigen niveau rekenen, helpt hen de interne structuur van de getallenrij nader te verkennen en sluit daarbij aan bij het gebruik van modellen als het rekenrek, de kralenketting en de lege getallenlijn. Maar je moet hem wel bijzonder houden. Daarom gaat hij af en toe op reis en komt bijvoorbeeld terug als leerlingen een sprong van 10 vanaf een willekeurig getal kunnen maken: leerlingen springen in een keer van 43 naar 53 en weten hoe groot die sprong is. Stel leerlingen op de hoogte onder welke voorwaarden Waku-waku terugkomt. Ze worden zich dan bewust van wat ze nog niet kunnen en weten waar de aandacht de komende tijd op gericht zal zijn.

Als Waku-waku tijdelijk uit het zicht verdwijnt, vertrekt hij met de trein. Leerlingen maken hiertoe zogenaamde treinsommen¹. Bij deze sommen gebruik je het antwoord van de vorige som om mee te beginnen. Zie afbeelding 8.

Hoe langer de sliert, hoe verder zijn reis.

Maar ze moeten wel kloppen anders loopt hij vertraging op. Dergelijke producties verschaft de leerkracht inzicht in het kunnen van de leerlingen. Tugba maakt bijvoorbeeld tot 10, 20 en 30 allerlei kleine erbij- en erafsommen. Dan rekent ze van 30 tot en met 100 met mooie, ronde getallen. Wanneer ze met tientallen rekent, gaat dat zonder fouten.

Gedurende de afwezigheid van Waku-waku richt de groep zich op een sprong van 10 vanaf elk getal. De sprong van 10 is een belangrijk doel, omdat hiermee de interne structuur van de getallenrij aan de orde komt. Andere sprongen zoals 20, 11, 9 of 31 leveren dan ook weinig problemen op. Ze steunen immers op kennis van de sprong van 10 en de relatie tot 10.

Begonnen wordt met sprongen van 10 vanaf een tiental heen en terug. Een kralenketting met 10-sturctuur en een tienvanger fungeren als ondersteuning. Hiermee ontdekken ze de symmetrie in de getallenrij.

Op een kralenketting zien ze dat als bijvoorbeeld 31 kralen opschuift, je 1 witte van het volgende stuk van 10 nodig hebt. Als je vervolgens met je tienvanger de volgens 10 kralen vangt, vang je de overige kralen van het 10-stuk en nog 1 rode van de volgende 10. Vervolgens schuif je dit met de hand aan. Zie afbeelding 9a en 9b.

Behalve het ontdekken van deze symmetrie, benoemen leerlingen steeds het aantal verkregen kralen. Vanaf een getal als 31 worden herhaaldelijk sprongen van 10 gemaakt. Dit verduidelijkt niet alleen de symmetrie. Leerlingen ondervinden ook steun aan het akoestische rijtje '21-31-41-...' bij het bepalen van het aantal.

Als Waku-waku dan terugkomt, heeft hij iets nieuws. Hij draagt een bril! Zie

8

Eigen producties 80

Naam: Eugene
Groep: _____ Datum: _____

Waku-waku wil zo lang mogelijk in de trein blijven zitten. Maak een zo lang mogelijke sliert van treinsommen.

$1 + 1 = 2$	$2 + 2 = 4$	$4 - 1 = 3$	$3 + 3 = 6$
$6 + 4 = 10$	$10 + 10 = 20$	$20 - 5 = 15$	$15 + 5 = 20$
$20 - 1 = 19$	$19 - 2 = 17$	$17 + 1 = 18$	$18 - 2 = 17$
$17 + 4 = 21$	$21 + 3 = 24$	$24 + 1 = 25$	$25 + 2 = 27$
$27 + 3 = 30$	$30 + 10 = 40$	$40 + 10 = 50$	$50 - 20 = 30$
$30 - 10 = 20$	$20 + 50 = 70$	$70 + 10 = 80$	$80 + 20 = 100$
$100 - 10 = 90$			

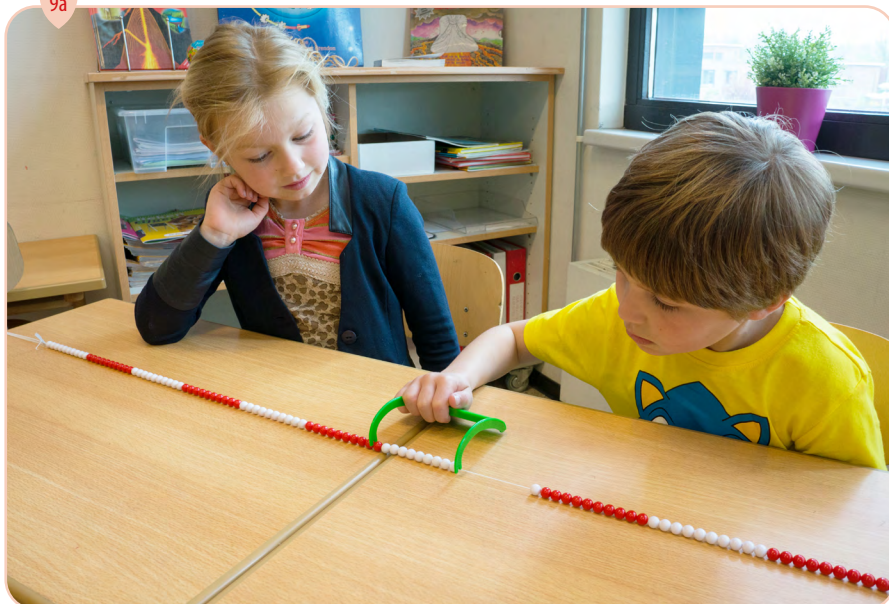
Kun je niet verder, probeer dan opnieuw een lange sliert te maken.

Vierkleur, groep 5&6

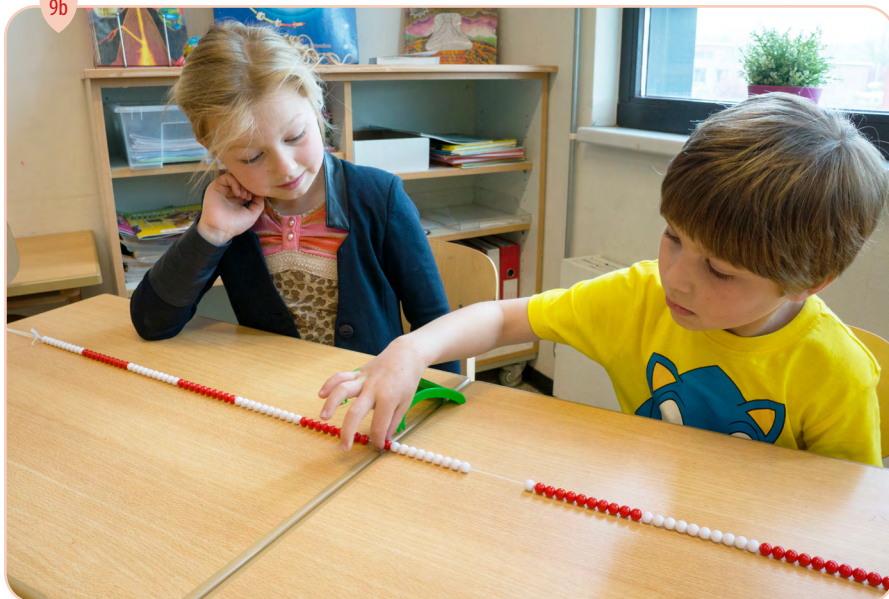
JULIE MENNE
INSTITUUT

Bij treinsommen gebruik je het antwoord van de vorige som om mee te beginnen.

9a



9b



Herhaaldelijk afpassen van 10 kralen met de tienvanger en aanschuiven met de hand.

afbeelding 10. De leerlingen weten wel waardoor dat komt, hij is net als zij slimmer geworden. En hij heeft een goed idee om de leerlingen grote getallen te laten maken. Hij zegt steeds 20 en bij iedere '20' springen leerlingen 20 verder over een lege getallenlijn. *Tot welk getal kun je komen? Kun je voorspellen of je op 100 uitkomt als je op 10 begint?* Voor de hand ligt dat Waku-waku binnenkort

ook getallen als 11, 9 en 31 kan zeggen. Herhaalde sprongen met deze getallen vanaf een willekeurig startgetal zijn allemaal toepassingen van de 10-sprong.

Tot slot nog enkele suggesties opklimmend in moeilijkheid waarin Waku-waku een rol speelt:

- Welke grote getallen kan Waku-waku zeggen als je aan '1' iets vastplakt. Welk

10



Waku-waku, met bril!, keert terug als iedereen een sprong van 10 vanaf een willekeurig getal kan maken.

getal mis je in dit rijtje? (11)

- Waku-waku kan nu '2' zeggen. Maak zoveel mogelijk sommetjes waar 2 uitkomt. Maken nu meer leerlingen sommen met grotere getallen?
- Waku-waku kan '100' zeggen. Wie maakt de meeste goede sommen? Bedenk eens een makkelijk 100-som, bedenk eens een moeilijke.
- Sommen onder een voorwaarde:
 - Waku-waku zegt '9'. Bedenk een som van iets-in-de-50 eraf iets-in-de-40 die kan. Bijvoorbeeld: $54 - 45 = 9$. Op het bord staat (zie afbeelding 11):

11

$$54 - 45 = 9$$

- Waku-waku zegt 20. Bedenk sommen waar ongeveer 20 uitkomt. Bijvoorbeeld: $60 - 38$.

Een vergelijkbaar artikel onder dezelfde titel is gepubliceerd in Volgens Bartjens, 16, 5, p.12-15. Beide artikelen zijn van dezelfde auteur.



Noten

1 De handpop Waku-waku, kralenkettingen (15), tienvangers (15) en leeftijdluikjes met bijbehorende insteekkaarten maken deel uit van de kist: Rekenmaterialen oefenlessen groep 3&4. Het werkblad met de treinsommen zit in de werkbladenmap groep 3&4 en maakt deel uit van de kist: Rekenmaterialen groep 3&4 Vervolg. Deze kisten zijn te bestellen via www.metsprongenvooruit.nl

2 Zijn de leerlingen bekend met het springen naar getallen in sprongen van 10, huppen en 1 en grote huppen van 2 t/m 9? Dan kan 18 worden begrepen als een sprong van 10 en een grote hup van 8. Teken deze sprong en deze grote hup op een lege getallenlijn en leidt in heen- en teruggaande richting respectievelijk $10 + 8 = 18$ en $18 - 8 = 10$ hieruit af.

Literatuur

- *Bijna-verdwijnsommen.*
Menne, J. Baarn: Julie Menne Instituut.
- *Hoe oud is de juf?*
Menne, J. Baarn: Julie Menne Instituut.
- *Productief oefenen groep 1 t/m 8.*
Menne, J. Baarn: Julie Menne Instituut.



Rekenmaterialen oefenlessen groep 3&4



Rekenmaterialen groep 3&4 Vervolg